



کد کنترل

525

F

آزمون (نیمه‌متمرکز) ورود به دوره‌های دکتری - سال ۱۴۰۲

دفترچه شماره (۱)

صبح پنج‌شنبه
۱۴۰۱/۱۲/۱۱جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

مهندسی پزشکی - بیومکانیک (کد ۲۳۴۸)

زمان پاسخ‌گویی: ۱۳۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: - ریاضیات عمومی ۱ و ۲ - معادلات دیفرانسیل - مبانی بیومکانیک - مکانیک محیط پیوسته	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و یا متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی جلد دفترچه سؤالات و پایین پاسخنامه ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات عمومی ۱ و ۲ - معادلات دیفرانسیل - مبانی بیومکانیک - مکانیک محیط پیوسته):

۱- مکان هندسی z در رابطه $z\bar{z} - \bar{a}z - a\bar{z} + a\bar{a} = b\bar{b}$ (a و b دو عدد مختلط ثابت و $b \neq 0$ است)، کدام مورد است؟

(۱) خط (۲) تهی (۳) نیم‌دایره (۴) دایره

۲- اگر مساحت ناحیه محدود به محور x ها و منحنی $y = f(x)$ ، $f(x) \geq 0$ و خطوط $x = 1$ و $x = b$ برابر با

$\sqrt{b^2 + 1} - \sqrt{2}$ برای $b > 1$ باشد، آنگاه ضابطه $f(x)$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{x^2 + 1}$

(۲) $\frac{\sqrt{x^2 + 1}}{2}$

(۳) $\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

(۴) $\frac{x}{2} \sqrt{x^2 + 1}$

۳- فرض کنید f تابعی مخالف صفر باشد و به‌ازای $x \neq 0$ ، $f^2(x^3 + 1) = \int_0^{x^3 + 1} \frac{f(t)}{(t+1)^2} dt$ در این صورت ضابطه

$f(x)$ برابر با کدام است؟

(۱) $\frac{-1}{2(x+1)^2} + c$

(۲) $\frac{-1}{2(x+1)} + c$

(۳) $\frac{1}{2(x+1)^2} + c$

(۴) $\frac{1}{2(x+1)} + c$

۴- مقدار $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} \int_0^{x^2} \sin \sqrt{t} dt$ کدام است؟

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) صفر (۳) $-\frac{2}{3}$ (۴) وجود ندارد.

۵- حاصل $\lim_{n \rightarrow \infty} n \sum_{k=1}^n \frac{1}{(2n+3k)^2 - k^2}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4} \ln \frac{1}{2}$

(۲) $\ln \frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{4} \ln \frac{3}{2}$

(۴) $\ln \frac{3}{2}$

۶- معادله صفحه مار بر نقاط $(1, -1, -2)$ و $(3, 1, 1)$ عمود بر صفحه $x - 2y - 3z - 5 = 0$ برابر با کدام است؟

(۱) $3y + 2z + 7 = 0$

(۲) $3y - 2z - 1 = 0$

(۳) $3x - 2z - 7 = 0$

(۴) $x - y - 2 = 0$

۷- مقدار مشتق جهتی تابع $f(x, y) = e^{-xy}$ در نقطه $(1, -1)$ و در امتداد $\theta = \frac{2\pi}{3}$ ، کدام است؟

(۱) $-e(1 + \sqrt{3})$

(۲) $-e(1 - \sqrt{3})$

(۳) $-\frac{e}{2}(1 + \sqrt{3})$

(۴) $-\frac{e}{2}(1 - \sqrt{3})$

۸- کمترین فاصله مبدأ مختصات از سطح به معادله $x^2 - z^2 = 2$ کدام است؟

(۱) 2

(۲) $\sqrt{3}$

(۳) 1

(۴) $\sqrt{2}$

۹- اگر S پوسته جسم توپر W در فضای سه‌بعدی، n بردار نرمال یکه خارجی بر S و V و W حجم باشد، کدام مورد، درست است؟

(۱) $V = \frac{2}{3} \iint_S (x, y, z) \cdot ndS$

(۲) $V = \frac{2}{3} \iint_S (x, y, z) dS$

(۳) $V = \frac{1}{3} \iint_S (x, y, z) dS$

(۴) $V = \frac{1}{3} \iint_S (x, y, z) \cdot ndS$

۱۰- مقدار کار انجام شده تحت تأثیر نیروی $\vec{F} = (y - 2xy)\vec{i} + (3x - x^2 + y)\vec{j}$ بر روی محیط مثلثی با

رأس‌های $(0, 0)$, $(3, 0)$, $(1, 2)$ ، کدام است؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۱۱- مسیرهای قائم دسته منحنی‌های $\sinh y = c_1 x$ (پارامتر)، کدام است؟

$$(1) \quad 2 \ln(\cosh y) + x^2 = c$$

$$(2) \quad 2 \ln(\sinh y) + x^2 = c$$

$$(3) \quad \ln(\sinh y) - x^2 = c$$

$$(4) \quad \ln(\cosh y) - x^2 = c$$

۱۲- اگر رونسکین x و $y(x)$ برابر $W(x, y(x)) = x$ باشد، y کدام است؟

$$(1) \quad \frac{c \ln x}{x}$$

$$(2) \quad \frac{ce^x}{x}$$

$$(3) \quad e^x \ln cx$$

$$(4) \quad x \ln cx$$

۱۳- جواب عمومی معادله دیفرانسیل $y' + xy \ln y = xye^{-x^2}$ کدام است؟

$$(1) \quad y = c \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) - \exp(-x^2)$$

$$(2) \quad y = \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) - c \exp(-x^2)$$

$$(3) \quad y = \exp\left[\exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) - c \exp(-x^2)\right]$$

$$(4) \quad y = \exp\left[c \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) - \exp(-x^2)\right]$$

۱۴- تبدیل معکوس لاپلاس $\ln\left(1 + \frac{1}{s}\right)$ کدام است؟

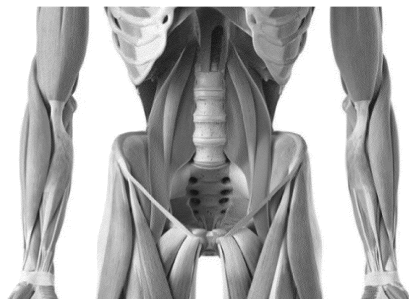
$$(1) \quad \frac{2}{t}(\cos t - 1)$$

$$(2) \quad \frac{2}{t}(1 - \cos t)$$

$$(3) \quad \frac{1}{t}(1 - \cos t)$$

$$(4) \quad \frac{1}{t}(\cos t - 1)$$

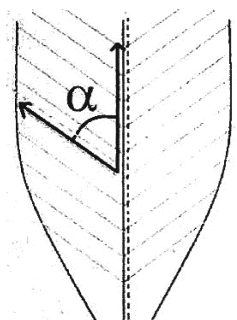
- ۱۵- در خصوص معادله دیفرانسیل $x^2(x+3)y'' - 4(x+3)y' - 9xy = 0$ کدام مورد، درست است؟
 (۱) $X = -3$ یک نقطه معمولی است.
 (۲) $X = 0$ و $X = -3$ منفرد نامنظم هستند.
 (۳) $X = 0$ منفرد منظم و $X = -3$ منفرد نامنظم است.
 (۴) نقطه $X = 0$ منفرد نامنظم و $X = -3$ منفرد منظم است.
- ۱۶- در حالت ایستاده در اثر وزن بدن نیرویی که در سمت فوقانی و تحتانی گردن استخوان ران وارد می‌شود، به ترتیب چگونه است؟
 (۱) کششی - فشاری
 (۲) کششی - پیچشی
 (۳) فشاری - کششی
 (۴) پیچشی - کششی
- ۱۷- نیروهای انقباضی بر روی مفصل پتلا فمورال برابر با جمع برداری کشش در کدام موارد زیر است؟
 (۱) تیبالیس قدامی - تاندون پتلا
 (۲) همسترینگ - چهار سر ران
 (۳) چهار سر ران - تاندون پتلا
 (۴) تیبالیس قدامی - چهار سر ران
- ۱۸- در فعالیت‌های روزمره کدام عضله، کمتر دچار کشیدگی بیش از حد و در زمان انجام ورزش‌های خاص بیشتر دچار آسیب ناشی از کشیدگی بیش از حد می‌شود؟
 (۱) چهار سر ران
 (۲) همسترینگ
 (۳) عضلات گلوئتال
 (۴) گاستروکنمیوس
- ۱۹- شکل زیر کدام عضله را نشان می‌دهد و وظیفه آن کدام است؟
 (۱) ایلیاکوس - خم شدن
 (۲) سارتوریوس - دور شدن
 (۳) گراسیلیس - دور شدن
 (۴) پسواس بزرگ - خم شدن
- ۲۰- کدام یک از مدل‌های ویسکوالاستیک، در اثر اعمال نیرو به سلول، رابطه‌ای خطی برای جابه‌جایی بر حسب زمان پیش‌بینی می‌کند؟
 (۱) ماکسول (Maxwell)
 (۲) باچ (Bausch)
 (۳) برگر (Burgers)
 (۴) کلوین (Kelvin)
- ۲۱- فشار لنفاوی در هنگام انقباض عروق لنفاوی بزرگ چند میلی‌متر جیوه است؟
 (۱) ۰-۵
 (۲) ۱۰-۲۰
 (۳) ۲۰-۴۰
 (۴) ۴۰-۶۰
- ۲۲- قسمت عمده نیروهای وارد بر مفصل ران در حالت استاتیک روی دو پا ناشی از کدام است؟
 (۱) کشش عضلات خم‌کننده
 (۲) کشش عضلات راست‌کننده
 (۳) کشش عضلات دورکننده
 (۴) کشش عضلات نزدیک‌کننده
- ۲۳- کدام گزینه در مورد عضلات متصل در سمت قدامی ستون فقرات، نادرست است؟
 (۱) نیروی ایجادشده در عضله مایل داخلی راست، موجب چرخش ستون فقرات به سمت راست می‌شود.
 (۲) هنگامی که تمام عضلات ناحیه شکمی نیرو وارد کنند، چرخش قدامی لگن کاهش می‌یابد.
 (۳) انقباض عضله مایل خارجی سمت چپ، موجب چرخش به سمت چپ تنه می‌شود.
 (۴) یکی از مهم‌ترین عملکردهای این عضلات ایجاد حرکت فلکشن (خم شدن) است.



۲۴- خون کامل با فرض لزجت معادل 0.003 نیوتن ثانیه بر مترمربع در ویسکومتر سیلندری متحدالمرکز قرار می‌گیرد. عرض شکاف 1 میلی‌متر و شعاع سیلندر داخلی 30 میلی‌متر است. تنش برشی دیوار در سیال بر حسب نیوتن بر مترمربع کدام است؟ (سرعت زاویه‌ای سیلندر بیرونی را 50 دور در دقیقه فرض کنید).

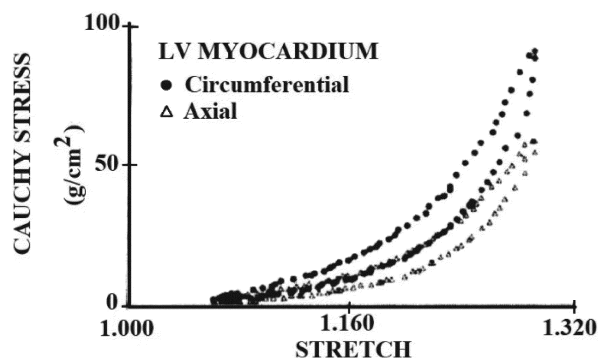
- (۱) 0.48 (۲) 0.71
(۳) 0.74 (۴) 0.77

۲۵- زاویه فیبرهای عضلانی (pennation angle) در یک فرد از 30 درجه به 60 درجه افزایش یافته است، ظرفیت تولید نیروی عضله چند برابر می‌شود؟



- (۱) $\sqrt{2}$
(۲) $\frac{\sqrt{2}}{3}$
(۳) $\sqrt{3}$
(۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۲۶- نمودار زیر تنش و کرنش دو محوره را در راستای محیطی و محوری برای میوکارد نشان می‌دهد. کدام مورد در خصوص رفتار مشاهده شده، نادرست است؟



- (۱) آزمایش فوق در مورد کنترل جابه‌جایی انجام شده است.
(۲) غالب فیبرهای کلاژن در راستای محوری جهت‌گیری کرده‌اند.
(۳) کلاژن‌ها در کرنش‌های پایین نقش چندانی در رفتار مکانیکی میوکارد ندارند.
(۴) رفتار ناهمسانگرد و سخت‌شونده در کرنش‌های بزرگ برای هر دو راستا مشاهده می‌شود.

۲۷- سلول‌های اندوتلیال پوشش‌دهنده عروق چه نوع تحریک‌های مکانیکی را در عملکرد فیزیولوژیکی حس می‌کنند؟

- (۱) تنش برشی و کشش تناوبی
(۲) فشار هیدرواستاتیکی و کشش ثابت
(۳) تنش برشی ثابت و کشش تناوبی
(۴) تنش برشی ثابت و فشار هیدرواستاتیکی

۲۸- یک ورزشکار شیرجه‌دار 70 کیلوگرم، زمانی که تخته شیرجه را ترک می‌کند، سرعت زاویه‌ای او 4 متر بر ثانیه است. اگر بخواهد با حالت خمیده این کار را انجام دهد و در حالت اول شعاع چرخش 50 سانتی‌متر و در حالت دوم شعاع چرخش 20 سانتی‌متر باشد، سرعت زاویه‌ای او چند رادیان بر ثانیه خواهد شد؟

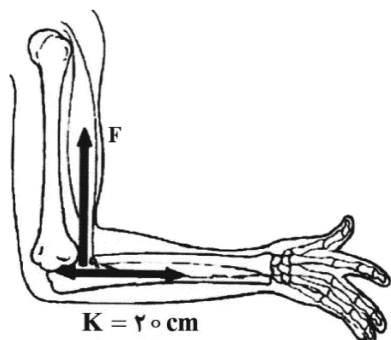
- (۱) 2
(۲) $2/5$
(۳) 20
(۴) 25

۲۹- پروتز زیر زانویی، دارای جرمی معادل ۴ کیلوگرم است. مرکز ثقل آن با فاصله ۱۵ سانتی‌متر از مفصل زانو قرار دارد. اگر شعاع چرخش آن حول مرکز ثقل خودش ۲۰ سانتی‌متر و فاصله مفاصل زانو و هیپ برابر ۳۵ سانتی‌متر باشد، مقدار ممان اینرسی این پروتز حول مفصل ران کدام است؟

- (۱) ۰/۱۶
(۲) ۱/۱۶
(۳) ۱/۶
(۴) ۱۱/۶

۳۰- در فلکسورهای مفصل آرنج چه مقدار از میانگین نیرویی باید به میانگین فاصله عمودی ۲ سانتی‌متر از محور چرخش آرنج و زمان ۰/۲ ثانیه اعمال شود تا حرکت بازو در حال نوسان به جرم ۴ کیلوگرم و سرعت زاویه‌ای ۵ رادیان بر ثانیه، ساکن شود؟

- (۱) ۲۰۰
(۲) ۱۶۰
(۳) -۱۶۰
(۴) -۲۰۰



۳۱- از حالت تنش یک جسم در شرایط تعادل اطلاعات زیر در دست است:

$$\sigma_{zz} = a \text{ یک تنش اصلی است.}$$

$$\sigma_m = a > 0 \text{ تنش نرمال متوسط است.}$$

$$\tau_{\max} = b \text{ تنش برشی حداکثر برابر است.}$$

مقادیر تنش اصلی کدام است؟

$$\sigma_1 = \frac{2a + b}{2} \quad \sigma_1 = a + b$$

$$\sigma_2 = a \quad (2) \quad \sigma_2 = a \quad (1)$$

$$\sigma_3 = \frac{2a - b}{2} \quad \sigma_3 = a - b$$

$$\sigma_1 = 2a + \frac{b}{2} \quad \sigma_1 = 2a + b$$

$$\sigma_2 = a \quad (4) \quad \sigma_2 = a \quad (3)$$

$$\sigma_3 = -\frac{b}{2} \quad \sigma_3 = -b$$

۳۲- در دستگاه مختصاتی که محورهای آن محورهای اصلی باشند، تنش برشی حداکثر در صفحه تنش اصلی متوسط برابر ۱۰ و همین تنش در صفحه تنش اصلی حداقل برابر ۶ است. تنش برشی حداکثر در صفحه تنش اصلی حداکثر کدام است؟

- (۱) ۱۶
(۲) ۸
(۳) ۶
(۴) ۴

۳۳- معادلات کرنش در دستگاه مختصات قطبی با فرض حاکم بودن تقارن زاویه‌ای کامل، کدام است؟

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r}, \gamma_{r\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \quad (1)$$

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r}, \gamma_{r\theta} = 0 \quad (2)$$

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u_r}{r}, \gamma_{r\theta} = 0 \quad (3)$$

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \varepsilon_{\theta\theta} = \gamma_{r\theta} = 0 \quad (4)$$

۳۴- یک صفحه مربعی شکل در یک میدان تنش قرار دارد که تابع توزیع تنش از رابطه $\phi = a \frac{x^2}{y} + bxy + \frac{cy^2}{x}$ تبعیت می‌نماید. پس از محاسبه تنش‌های تانسور σ_{ij} ، مقادیر a و b و c در کدام گزینه مربوط به شرایط تنش

برش خالص است؟

$$a = b = \tau_0, c = 0 \quad (1)$$

$$b = 0, a = -c \quad (2)$$

$$c = b = \tau_0, a = 0 \quad (3)$$

$$b = \tau_0, a = c = 0 \quad (4)$$

۳۵- در حل معادلات تنش و کرنش، روند صحیح حل معادلات کدام است؟

(۱) در صورتی که معادلات کرنش مشخص باشد، اقلان معادلات سازگاری کرنش‌ها لازم نیست.

(۲) در حل معادلات تنش و کرنش، اقلان معادلات سازگاری کرنش‌ها در هر شرایطی لازم است.

(۳) در صورتی که معادلات تنش مشخص باشند، نیاز به اقلان معادلات سازگاری کرنش وجود ندارد.

(۴) در صورتی که معادلات تغییر مکان مشخص باشند، در حل مسائل تنش کرنش، نیاز به اقلان معادلات سازگاری کرنش‌ها نیست.

۳۶- در صورتی که \hat{e}_i بردار یک مختصات باشد، مقدار عبارت $\hat{e}_i \cdot \hat{e}_j$ کدام است؟

$$1 \quad (2) \quad 3 \quad (1)$$

$$\text{صفر} \quad (4) \quad \hat{e}_j \quad (3)$$

۳۷- اگر سرعت محیط پیوسته‌ای در مختصات فضایی به صورت زیر داده شود. مقدار k چقدر باشد که در موقعیت

$$\text{و در زمان } t = 1 \text{ وضعیت حجم ثابت Isochoric حاکم باشد؟} \quad \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \\ x_3 = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_1(\vec{x}, t) = x_1 t \\ v_2(\vec{x}, t) = kx_2 t + 3x_1^2 \\ v_3(\vec{x}, t) = x_3^2 + 2x_2 \end{cases} \quad \begin{matrix} -28 \quad (1) \\ -14 \quad (2) \\ 14 \quad (3) \\ 28 \quad (4) \end{matrix}$$

۳۸- حداقل و حداکثر تنش‌های وارد بر مقطع مستطیلی $2b \times 2h$ از یک تیر به طول L که توزیع تنش آن از تابع

$$\phi = 1/6 y^3$$

(۱) بارگذاری خمشی $\sigma_x = \pm 9/6$, $\sigma_y = \sigma_{xy} = 0$

(۲) بارگذاری خمشی خالص $\sigma_x = \pm 9/6$, $\sigma_y = \sigma_{xy} = 0$

(۳) بارگذاری محوری خالص $\sigma_x = \pm 4/8$, $\sigma_y = \sigma_{xy} = 0$

(۴) بارگذاری محوری خالص $\sigma_y = \pm 4/8$, $\sigma_x = \sigma_{xy} = 0$

۳۹- در تانسور تنش σ_{ij} ، مقادیر ثابت a ، b و c و σ_0 حالت تنش را در جسمی، در شرایط تعادل بیان می‌کنند. اگر

بردار تنش در صفحه اکتاهدرال دارای مؤلفه‌های برابر صفر باشد، مقادیر a ، b و c در کدام مورد درست است؟

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_0 & a\sigma_0 & b\sigma_0 \\ & \sigma_0 & c\sigma_0 \\ \text{sym.} & & \sigma_0 \end{bmatrix}$$

(۱) $a = b = c = -\frac{1}{2}$

(۲) $a = b = c = \frac{2}{2}$

(۳) $a = \frac{1}{2}$, $b = -1$, $c = -\frac{1}{2}$

(۴) $a = b = -\sigma_0$, $c = 2\sigma_0$

۴۰- در یک سد بتنی، میدان تغییر شکل از توابع

$$\begin{cases} u(x, y) = (-4x^2 - y^2 + 2xy + 2) \times 10^{-3} \text{ [m]} \\ v(x, y) = (-4y^2 - x^2 + 2xy + 5) \times 10^{-3} \text{ [m]} \end{cases}$$

تبیین می‌کند، تانسور تنش در نقطه به مختصات $(1, 1, 1)$ در کدام گزینه درست نمایش داده شده است؟

(مختصات بر حسب متر است.) $E = 29.8 \text{ GPa}$, $\nu = 0.4$

(۲) $\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 0.04 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.056 \end{bmatrix}$

(۱) $\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} -0.04 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1 & 0 \\ 0 & 0 & -0.056 \end{bmatrix}$

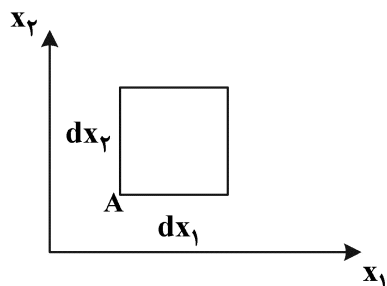
(۴) $\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 0.06 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1 & 0 \\ 0 & 0 & -0.064 \end{bmatrix}$

(۳) $\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} -0.06 & 0 & 0 \\ 0 & -0.06 & 0 \\ 0 & 0 & -0.048 \end{bmatrix}$

۴۱- المانی به ابعاد $dx_1 \cdot dx_2$ در نقطه A در یک میدان جابه‌جایی به شرح زیر قرار دارد. تغییر زاویه المان به مبدأ

در کدام گزینه است؟

$$\bar{u}_1 = K(2x_1^2 + x_1x_2) , \bar{u}_2 = Kx_2^2 , \bar{u}_3 = 0$$



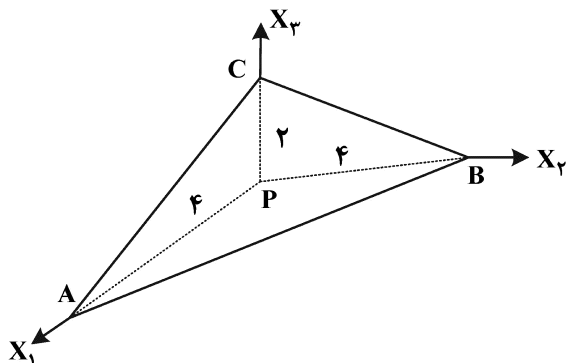
(۱) $\frac{1}{2} K$

(۲) K

(۳) $\sqrt{2} K$

(۴) $2K$

۴۲- تانسور کرنش در نقطه P $\epsilon_P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ داده شده است. کرنش عمودی در جهت عمود بر صفحه ABC، کدام است؟



(۱) از عدد یک بیشتر است.

(۲) یک

(۳) از عدد یک کمتر است.

(۴) صفر

۴۳- حاصل عبارت $\delta_{ij} \cdot \epsilon_{ijk}$ کدام است؟

(۱) -۳

(۲) -۱

(۳) صفر

(۴) ۳

۴۴- میدان جابه‌جایی زیر برای چه نوع بارگذاری است؟ (E و ν پارامترهای مادی و I پارامتر هندسی هستند).

$$u = -\frac{M(1-\nu^2)}{EI}xy, \quad v = \frac{M(1+\nu)}{2EI}y^2 + \frac{M(1-\nu^2)}{2EI}\left(x^2 - \frac{L^2}{4}\right), \quad w = 0$$

(۲) پیچش همراه با کشش

(۱) پیچش خالص

(۴) پیچش همراه با خمش

(۳) خمش خالص

۴۵- ماتریس واحد $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید. مقادیر ویژه و بردارهای ویژه آن کدام است؟

(۱) مقادیر ویژه $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1$ و بردارهای $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right)$ و $(1, 0, 0)$ ، $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

(۲) مقادیر ویژه $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \frac{1}{3}$ و بردارهای $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, 0, 0\right)$ ، $\left(0, \frac{\sqrt{3}}{3}, 0\right)$ و $\left(0, 0, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

(۳) سه مقدار ویژه واحد و سه بردار ویژه واحد

(۴) مقادیر ویژه $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1$ و هر بردار a می‌تواند بردار ویژه آن باشد.

